

Materia: MATEMÁTICAS II

La prueba consta de cuatro bloques con dos opciones cada uno. Debes contestar una única opción de cada bloque. Todas las opciones puntúan igual (2'5 puntos). Puedes usar cualquier tipo de calculadora.

PRIMER BLOQUE

A. Encuentra el punto de la recta $x + y = 4$, que cumpla que la suma de los cuadrados de sus coordenadas sea mínima.

B. Enuncia el Teorema de Bolzano. Como aplicación de este teorema, demuestra que las gráficas de las funciones $f(x) = e^{x^2}$ y $g(x) = 2 \cos(x^2)$ se cortan en, al menos, un punto.

SEGUNDO BLOQUE

A. Encuentra una primitiva de la función $f(x) = \frac{x + 36}{4 + 9x^2}$

B. Calcula la integral definida $\int_1^4 \frac{\sqrt{x} + e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ (puede ayudarte hacer un cambio de variable).

TERCER BLOQUE

A. a) Sean A , B y X matrices cuadradas de tamaño n . Despeja X de la ecuación $A \cdot X \cdot B = B^2$.

b) Calcula la matriz X siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

B. a) Calcula, en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$, las soluciones de la ecuación

$$\begin{vmatrix} x & x-1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & -1 & x & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & x & 1 \\ x & 0 & a & x \end{vmatrix} = 0$$

b) ¿Para qué valor de a la ecuación anterior tiene una única solución?

CUARTO BLOQUE

A. a) Estudia, en función del parámetro $k \in \mathbb{R}$, la posición relativa de los planos $\pi_1 \equiv x + y - z = 1$ y $\pi_2 \equiv x + y - k^2 z = k$

b) ¿Existe algún valor de k para el que los planos π_1 y π_2 sean perpendiculares?

B. a) Halla la ecuación general de un plano π que contenga a la recta $r \equiv \begin{cases} x + z = 1 \\ y + z = 0 \end{cases}$ y pase por el origen de coordenadas.

b) Halla las ecuaciones paramétricas de una recta r' contenida en dicho plano, que sea perpendicular a r y que pase por el punto $P(1, 0, 0)$.